

古荷池精舍的算學新芽—— 丁取忠學圈與西方代數

洪萬生

臺灣師範大學數學系

摘要

中國數學在十九世紀下半葉經由專業化與制度化，逐漸納入世界數學主流。在這過程中，李善蘭（1811-1882）與華蘅芳（1833-1902）立足於制度化的基礎上，誠然表現了積極的作為。不過，「在野」的丁取忠（1810-1877）與他的學圈在投向西方代數時的熱情表現，則無疑也是了解晚清數學知識活動的一個不可缺少面向。

關鍵詞：丁取忠、天元術、西方數學、借根方比例、代數

一、前言

在晚清算學從傳統過渡到現代的階段中，李善蘭（1811-1882）和華蘅芳（1833-1902）誠然扮演了舉足輕重的角色，¹但在面對西方代數學時，丁取忠（1810-1877）所表現的熱情，則不遑多讓。事實上，相對於李善蘭在北京同文館教算時，「合中西為一法」的考慮——「令諸生以西方代數演《測圓

1 關於李善蘭，請參考Wann-Sheng Horng, *Li Shanlan: The Impact of Western Mathematics in China during the Late 19th Century*. Ph. D. dissertation thesis, The City University of New York, 1991。至於華蘅芳，則請參考Wann-Sheng Horng, "Hua Hengfang (1833-1902) and His Notebook on Learning Mathematics -- Xue Suan Bi Tan," *Philosophy and the History of Science*, 2:3 (1993), pp. 27-76.

海鏡》」，²丁取忠和他的弟子似乎更能心安理得地分享西方代數學的便利。

到了1870年代，諸可寶《疇人傳三編》（1886）所推崇的晚清八大家中，只剩下李善蘭一人。³當時李善蘭在北京同文館擔任算學教習，見證了晚清算學及其教育邁向制度化的第一步。華蘅芳則在江南製造局從事西方算學、科技書籍的翻譯工作，在李善蘭1850年代引進的西算基礎上，增添新的內容。⁴至於丁取忠，雖然僻處湖南長沙，不求聞達、撰著自娛，但聚徒講求算學、刊刻算書，也為晚清算學家的學術活動，留下一段難得的佳話，值得我們注意。

目前關於丁取忠及其弟子算學之歷史研究，以許康的成果最為可觀。⁵在他的〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉中，許康指出：

丁取忠所發揮的最大作用，是在數學教育、數學書籍的出版、科研活動的組織諸方面。……他們〔丁取忠及其弟子〕在荷池精舍的活動只有四、五年時間，卻使湖南已成絕學的數學獲得蓬勃生機，並向省內外廣大讀者傳播了頗多的數學知識，產生了很好的社會效益。⁶

可惜，他的研究不曾觸及丁取忠學圈之積極為「習代數者導之先路。」筆者未刊稿〈西方代數學的第二度輸入及其影響：以偉烈亞力、李善蘭合譯《代數學》為例〉中，曾略論丁取忠對西方代數學的反應，但限於篇幅，無法多做說明。⁷本文即意在彌補此一不足，專就丁取忠學圈與西方代數學的流傳之關係，深入探討晚清算學社群的這一個重要的側面。

基於此，本文除了簡述丁取忠及其門人的學術活動外，也打算對《白芙堂算學叢書》的編輯旨趣進行研究。這套叢書的問世，固然「突破了以往數

2 參考拙文，〈同文館算學教習李善蘭〉，載楊翠華、黃一農主編，《近代中國科技史論集》（臺北：中央研究院近代史研究所、新竹：清華大學歷史研究所，1991），頁215-259。

3 參閱洪萬生、歐秀娟，〈諸可寶與《疇人傳三編》〉，即將出版。

4 參考Wann-Sheng Horng, "Hua Hengfang (1833-1902) and His Notebook on Learning Mathematics — Xue Suan Bi Tan."

5 參考許康，〈一篇算草蔚成家——紀念曾紀鴻誕生140周年〉，《中國科技史料》，9:2（1988），頁45-51；許康、廖杰初，〈近代最早赴歐的數學家黃宗憲身世述略〉，《中國科技史料》，11:2（1990），頁35-44；許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉，《中國科技史料》，14:3（1993），頁34-43。

6 參考許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉。

7 參考拙文，〈西方代數學的第二度輸入及其影響：以偉烈亞力、李善蘭合譯《代數學》為例〉，國科會微片編號0103-M-81A-M-044。

學家私人出書只包括個人文集的「定式」，開啟了後來陸續出版大型數學叢書如《中西算學叢書》、《古今算學叢書》的路子」，⁸但更重要的，應該是它所透露的訊息，那就是：1870年代中國南方算學家儘管在野，已經義無反顧地走上不可逆轉的西化途徑了！

二、丁取忠和他的學術生涯

丁取忠，湖南長沙人，字肅存，號果臣，一號雲梧。他的父親丁宏會將祖屋擴建，立支祠名白芙堂。據王闈運的描述，丁家十分貧困。儘管如此，丁宏會「性慷慨，急人之急，推解無所吝，尤喜讀宋五子書，憚心樸學，教家有法，一門孝友，鄉里矜式。」⁹丁取忠雖善交游，但個性耿介澹泊，「嘗一出佐胡林翼，抗直敢言，林翼妻買婢至江夏，取忠言當以贈闈敬銘，敬銘謝不可，而當時盛稱林翼有名帥之風。曾國藩娶妾，取忠書責其驕滿，兩兄皆笑其憨。」¹⁰

丁取忠長兄敘忠「年未四十已成老儒，大布深衣，教授鄉里，鄉先達皆敬禮之」，¹¹曾與李善蘭、鄒伯奇（1819-1869）同列為郭嵩燾保舉為「實學人員」。¹²三兄敏忠「恂恂寡言，不以學自名」，¹³則曾「經理」岳麓書院的大修工程。¹⁴這兩位兄長都承家學，惟丁取忠「篤好算術，讀書蹇澀不能上口，及其既熟，誦萬言琅琅流，強記者不能敵也。」¹⁵

不過，儘管丁取忠「自謂少喜步算」，¹⁶但卻是二十歲以後，亦即「道光壬辰（1832），余始習算。」¹⁷可惜，他「苦無師承，又地僻不能得書」，¹⁸曾經十分感慨地對曾紀澤、紀鴻兩兄弟說：

8 許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉。

9 王闈運，〈三丁先生傳〉，轉載於許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉。

10 同註9。

11 同註9。

12 同註9。

13 同註9。

14 同註9。

15 同註9。

16 同註9。

17 丁取忠，〈粟布演草敘〉。

18 丁取忠，〈算書廿一種序〉。

諸君博聞富藏，師資友益，視吾疇曩，其勞逸有相什佰倍徒者。¹⁹

如此困而學之，當然是他晚年匯刻《白芙堂算學叢書》的主要動機。

這套叢書的出版或許並非他早歲初衷，然而它卻是丁取忠算學生涯的最佳寫照，同時，也是他的學圈所展現的具體成果。我們留待第四節再討論這套叢書，這裡先介紹丁取忠的學術生涯。

1837年，丁取忠在長沙城南書院與鄒漢勳（1805-1853）、黃朗軒（？-約1840年）一起研究數學，他的熱情投入可以達到「珠、筆、籌弗離於手，細草、圖說弗離於案，今有、之分弗離於心」的地步。²⁰當時，鄒漢勳「家居聚九數之書而學之，限於荒僻，所得書僅《算經十書》、《梅氏叢書》、《數理精蘊》三種而已。」²¹由此推想，丁取忠在那時所能看到的重要數學書籍，或許也只是這三種而已。在往後的近十年內，由於表弟李錫蕃（字晉夫）的協助，丁取忠「聚書日廣，如宋之秦九韶道古《數學九章》，元之李敬齋治《益古演段》、《測圓海鏡》，及朝鮮之重槩元刻《算學啟蒙》，近世鍾祥李雲門演之《緝古算經考注》，陽城張古餘敦仁之《求一算術》，與夫江都焦里堂循、元和李尚之銳、金華張丹村作楠之書，罔不搜獲而賅究之，寢饋弗忘。」²²可是，斯時丁取忠行年已將不惑矣！儘管如此，丁取忠與李錫蕃一起鑽研數學，仍有相當的收穫，《數學拾遺》（初版1851年）應該就是其中之一。在該書1874年重刻收入《白芙堂算學叢書》時，丁取忠跋稱：

余嚮有《數學拾遺》之刻，時初不知有明氏、董氏書也。繼以所演草較詳，可便初學，又為亡友鄒叔績（按即鄒漢勳）氏所序，不忍棄。以故邇年讀書之所觸悟，友朋之所譚論，往來書信之所傳述，凡於古今算書有所發明者，悉錄之以附於後，意在推廣拾遺，故未暇某義之出自某人也，後有所得，猶將增入之。²³

另一方面，丁取忠也與李錫蕃討論勾股和較互求問題，他對後者所使用的借根方比例法，想必留下深刻的印象。在李錫蕃的《借根方勾股細草》（1863）中，丁取忠記曰：

晉夫（按即錫蕃字）幼穎悟，工詩文，有神童之目，七、八歲時，家人算魚值銖兩參差，移晷莫決，晉夫至立剖其數，長老皆大驚……嘗與予學算，思力尤絕。古人

19 同註18。

20 鄒漢勳，〈數學拾遺序〉。

21 同註20。

22 同註20。

23 丁取忠，〈數學拾遺敘〉。

之立天元一，西人之借根方，一見輒通曉。予嘗病勾股和較相求諸術，一術馭一題，鮮有簡法，晉夫謂借根方一術足以了之，乃發例得數十題，皆用借根方。²⁴

可惜，李錫蕃未脫稿即以英年二十有八早歿（道光卅年），幸「南豐吳子登太史避亂來楚，因定交，請為是正數十字，而此書遂成。」²⁵

吳子登（名嘉善）與丁取忠志同道合，兩人都關懷數學普及。在《算書十七種》（1863年初版）中，吳嘉善自序云：

算學之至今日，可謂盛矣！古義既彰，新法日出，前此所未嘗有也。余與長沙丁君果臣，皆無他嗜好，而甚癖於此。既忘其癖，更欲以癖導人。嘗相與語，以為近時津逮初學之書，苦無善本。梅文穆公所增刪之《算法統宗》，今亦不傳，因商榷述此，取其淺近易曉者，以為升高行遠之助云。²⁶

此書後來又再收入《白芙堂算學叢書》之中。

在與吳嘉善訂交之前，丁取忠「幕游昭陵」，在鄒漢勳兩位弟弟漢章、漢池的協助下，完成《輿地經緯度里表》（初版1852年）。²⁷ 1854年，丁取忠在長沙不時向湖南布政使徐有壬（1800-1860）請教數學，後來他重刻徐有壬《務民義齋算學》並收入《白芙堂算學叢書》，當然與此有關。²⁸ 1856至1861年間，丁取忠往返湘鄂，在湖北巡撫胡林翼下「校書」。1860年，他增訂舊作《輿地經緯度里表》，又與時曰醇「連榻鄂城」，對後者研究百雞術，多有啟發。²⁹

1864年，劉彝程在隨父劉熙載赴粵途中在長沙向丁取忠問學，看到丁取忠收藏董祐誠、項名達、戴煦和徐有壬等人的著作，「驚為得未曾有」。³⁰ 或許由於丁取忠的推介，抵粵後，劉彝程又趨訪鄒伯奇。1866年，劉彝程又結識當時在滬的李善蘭，從此遂「悉心於弧矢級數之學」。³¹ 這些游學的經驗使劉彝程「由一個數學學習者一躍而成為一名研究者。」³² 因此，不到幾年之內

24 丁取忠，〈借根方勾股細草序〉。

25 同註24。

26 收入吳嘉善，〈算書廿一種敘〉。

27 參《輿地經緯度里表》，頁1。

28 羅汝懷，〈重刻徐莊愷公算書序〉。

29 《百雞術衍》〈丁取忠敘〉、〈時曰醇自序〉。

30 劉彝程，〈自敘〉，《簡易庵算稿》（1900）。

31 同註30。

32 田森，〈清末數學家與數學教育家劉彝程〉，載李迪主編，《數學史研究文集》第三輯（呼和浩特：內蒙古大學出版社，1992年7月），頁117-122。

，劉彝程即撰著《割圓闡率》、《開方闡率》及《對數問答》。丁取忠曾有意將它們收入《白芙堂算學叢書》，因資金用罄而作罷。³³此外，劉彝程也在1873年為傅蘭雅、華蘅芳合譯的《代數術》校算，可見他在西方代數方面的修養，令人印象深刻：

代數初入中國，譯者不解訛謬，不勝指數，先生（按即劉彝程）為之一一校正，其書始可讀……代數雖妙逾古法，而學者仍無以自得，於是先生綜括衆理，獨運精思，批隙導竅，發而躍如，自先生以題誨人，而後代數雖屬西法，而人乃視為已有矣！³⁴

這種「生平友朋之益」，對丁取忠的學術生涯極為重要，譬如《粟布演草》這部研究借貸計算的論文專著，就是丁取忠分別與吳嘉善、李善蘭和鄒伯奇討論的結果，請徵之於該書丁取忠序：

道光壬辰，余始習算。友人羅寅交學博（洪賓）以難題見詢，久無以應。同治改元，始獲交南豐吳君子登太史（嘉善），君馭以開屢乘方法，余始通其術，然未悉其立法之根也。後君游嶺表，余推之他題，及輾轉相求，仍多窒礙，又函詢海寧李君壬叔（善蘭），君示以廉法表及求總率二術，而其理始顯。厥後吳君又示以指數表及開方式表。李君復為之圖解，以闡其義。由是三事互求，理歸一貫。余因取數題詳為演草，並捷法圖解，都為一卷，質之南海鄒君特夫（伯奇），君復為增訂開屢乘方法，並另設題演草，以補所未備，即固內容多邊形為算家至精之理，皆可作發商生息以明之，誠快事也。³⁵

據史家許康研究，丁取忠醞釀《粟布演草》寫作的這一段期間，「由於常住求忠書院，毗鄰荷池精舍，便在那裡積極籌備開展數學研究和出版數學書籍的活動。」³⁶至於他出版《粟布演草》的主要動機，則可再徵之於他的自序：

歲庚午（1870），余游嶺表，鄒君已歸道山，余取其生平遺稿，釀金囑番禺陳君蘭甫（澧）為之付梓，茲後以所補《粟布演草》及吳、李兩君所示各術草彙梓之，用以誌生平朋友之益云。³⁷

正由於如此，丁取忠在出版《粟布演草》時的署名，似乎創造了如下的格式：

33 同註32。

34 徐謙，〈簡易庵算稿跋〉。

35 丁取忠，〈粟布演草敘〉（1871）。

36 許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉。

37 丁取忠，〈粟布演草敘〉（1871）。

《粟布演草》卷一

南豐吳嘉善子登、海寧李善蘭壬叔、湘鄉曾紀鴻栗誠 演

長沙丁取忠雲梧、湘陰左潛壬叟 同述

《粟布演草》卷二

南海鄒伯奇特夫 著

長沙丁取忠雲梧、湘陰左潛壬叟 同述³⁸

此外，曾紀鴻《對數詳解》、黃宗憲補《四象假令細草》出版時，都署丁取忠名，丁取忠也分別在序言和後記中聲明作者的實質貢獻，「以示不沒其實」。³⁹

或許也正是由於他這種虛懷的器識，丁取忠在編寫《輿地經緯度里表》時，即已得到鄒漢章、鄒漢池、唐顯閻、晏圭齋、鄒世貽等人的協助。⁴⁰在1872至1877年間匯刻《白芙堂算學叢書》時，更是他結合門下高徒黃宗憲、左潛、曾紀鴻、殷家俊和黃傳祁等人共同合作的成果。⁴¹

1871年左右，丁取忠自謂研究數學，「每持籌凝思，寢食俱廢，垂四十年，然後古今言算之書，稍稍掇集，而心力亦已衰矣！」⁴²儘管如此，年逾六十的丁取忠已成為「湖南老宿，整躬飭己，望重時髦，而象數一途，尤所研究，撰著自娛，不求聞達。」⁴³因此，他乃能吸引像黃宗憲、左潛和曾紀鴻這樣的傑出年輕人投入門下，為晚清南方的數學知識活動，留下一段佳話。

三、丁取忠三大門人：黃宗憲、左潛和曾紀鴻

現在，我們著手考察上述黃、左和曾三人如何在丁取忠的指導下，進行數學研究。

黃宗憲，字玉屏，號小谷，湖南長沙人，⁴⁴「幼嗜算，苦乏師承」，但「用功極深，每當百感交心，無可奈何之際，獨演算可卻之」，因此，他乃能

38 見《粟布演草》，同治甲戌（1874）仲夏長沙荷池精舍版。

39 丁取忠，〈對數詳解序〉。

40 參考《輿地經緯度里表》，頁1。

41 參考許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉。

42 丁取忠，〈算書廿一種序〉。

43 諸可賚，〈丁取忠〉，載《疇人傳三編》，卷6。

44 參考李文銘，〈黃宗憲對孫子定理和求一術的預備性證明〉，載李迪主編，《數學史研究文集》第三輯，頁112-116。

「結習所存不能已已，或有以難題質疑者，必窮源反復推類以盡其餘，其艱苦曲折之故不知何為而然，既自憫復自笑耳。」⁴⁵直到「同治辛未（1871）親炙丁果臣先生於星垣（按即長沙城）古荷池精舍。先生富藏古今算書，獲就觀，學始進。」⁴⁶

或許正是早歲這種困而學之的類似經驗，丁取忠對黃宗憲十分倚重，總計《白芙堂算學叢書》廿三種之中，就有十六種由黃宗憲校改、訂正或增補，可見黃宗憲的貢獻頗大。⁴⁷

在黃宗憲所校訂的算書中，時曰醇的《百難術衍》對他的啟發最多。在校訂該書時，黃宗憲也立術解決了時曰醇所留下的兩個難題做為附錄，其中他把二元一次方程化為一次同餘式求解，從而「可見求一一術不僅能馭孫子題類耳。」⁴⁸後來，同門師兄弟左潛增訂徐有壬《割圓八線綴術》時，「忽悟通分捷法，分母分子為極小數根為同者去之，凡多項通分頃刻立就。」⁴⁹黃宗憲與他討論，也由分解質因子「悟泛母求定母捷法，繼又悟求乘率捷法」，⁵⁰「於是思索三日，後商榷左君，乃盡為〔秦九韶大衍求一術〕注釋」，⁵¹「又月餘遂成《〔求一術〕通解》。」⁵²在該書中，黃宗憲也特別指出：「孫子原題為求一之祖，首錄之，取其淺近，為初學者示規矩。」⁵³此一觀點與丁取忠學圈的數學知識普及關懷是一致的，因為丁取忠顯然贊同鄒伯奇在《粟布演草》卷二敘稱：

今算學之衰，非不精思之患，而不熟習之患。其高明者窮深極遠，務為隱奧，以相矜異；而其下者，不能循途漸進，望而生畏，廢然意阻，遂使所著書流布寰宇，雖有識者賞其佳妙，而習之不給於世用。⁵⁴

其次，我們介紹左潛。左潛，字壬叟，左宗棠侄子，「同治十三年（

45 黃宗憲，〈客國七術序〉，收入《古琴古硯齋算率》，梅城知足堂版。轉引自許康、廖杰初，〈近代最早赴歐的數學家黃宗憲身世述略〉。

46 轉引同註45。

47 許康、廖杰初，〈近代最早赴歐的數學家黃宗憲身世述略〉。

48 黃宗憲，《求一術通解》，卷上頁26。

49 左潛，〈求一術通解序〉。

50 黃宗憲，〈求一術通解敘〉。

51 同註49。

52 同註51。黃宗憲尤其指出時曰醇亦僅識求一術，「其當然，而於所以然終闕如也。」

53 黃宗憲，《求一術通解》，卷上頁5。

54 鄒伯奇，〈粟布演草卷二敘〉。

1874) 秋天死，士林多惜之。」⁵⁵左潛「所學自大衍天元以及借根比例諸新法，無不通貫，且能出己意，變其式，勘其誤，作為圖解，往往突過先民。」⁵⁶這些都表現在1871年他投入丁取忠門下，所撰著的《綴術補草》、《綴術釋戴》及《綴術釋明》三書之中。他所以對「綴術」問題發生濃厚興趣，應該是他增訂徐有壬《割圓八線綴術》的附帶成果。事實上，《綴術補草》即附於徐書之後，左潛此書「既成，丁果臣先生以嘗習算於徐先生，將此書付諸梓。」⁵⁷

此外，丁取忠對左潛的啟發，也見之於《綴術釋戴》一書。在該書中，左潛自序稱：

余既補徐莊愍公割圓綴術，丁果臣先生復以戴氏鄂士求表捷術見示，圖解詳晰，立法巧變，於天地間自然之形數，曲盡精蘊。其中各式，有足補徐氏之未備者，有式同於徐術而立法不同者，要皆祖杜宗明，使割圓之理，一以貫之。⁵⁸

同時，他也「因思綴術，乃天元一之變法，用以立式，巧變莫測，遂依法改演各草，不一日而諸式立就，且與書中細審諸草一一密合。」⁵⁹像左潛這樣凸顯天元術的作風，在丁取忠學圈中是非常突出的，無怪乎曾紀鴻推許左潛：

曾釋徐君青氏綴術，又釋戴鄂士求表捷術，茲又釋明靜菴弧矢捷術，而一貫以天元寄分之式，於圓率一道，三致意焉，可謂勇矣！⁶⁰

相對於左潛，曾紀鴻的傾心西方代數是十分明顯的。曾紀鴻（1848-1877），字栗誠，湘鄉人，曾國藩幼子，「少年好學，與伯兄襲侯紀澤並精算術，孝廉（按即紀鴻）尤神明乎西人所謂代數術。銳於思而勇於進，創立新法，同輩多心折焉。嘗謂大衍求一術，亦可以代數推求，依題演之，理正相通。」⁶¹

曾紀鴻「壬申歲（1872）獲覲丁雲梧先生」，雖然他自謙「好博不專，八線、九章之理亦曾涉獵，先生不以爲不肖，幾若引爲忘年交」，⁶²但他對西

55 諸可寶，〈左潛〉，收入《疇人傳三編》，卷6。

56 同註55。

57 左潛，〈割圓八線綴術序〉。

58 轉引自諸可寶，〈左潛〉。

59 同註58。

60 曾紀鴻，〈綴術釋明序〉。

61 諸可寶，〈曾紀鴻〉，收入《疇人傳三編》，卷6。

62 曾紀鴻，〈粟布演草卷一後序〉。

方代數的熟悉，想必留給丁取忠極深刻的印象。按1872年華蘅芳、傅蘭雅所譯的《代數術》尚未出版，因此，曾紀鴻所掌握的西方代數知識，應該來自李善蘭、偉烈亞力所譯的《代數學》才是。倘若真是如此，那麼，曾紀鴻的西方代數修養得自安慶大營時代的李善蘭，是極可能的。⁶³由於《代數學》流傳十分有限，所以，1872年的丁取忠對西方代數，或許還很陌生。⁶⁴

當曾紀鴻1872年向丁取忠問學後，「一日先生詢考本利同清一題，歸而用代數推之，塗已更數十紙，始知此題必開五乘方，迺能得數。當時雖得方、廉、隅、實諸級，未敢自信尚未真除真數，遂擱置之。」⁶⁵直到隔年春天，曾紀鴻「復謁先生，先生取《粟布演草》一本見示，蓋吳先生子登、李先生壬叔、鄒先生特夫推解此題之理也，竟捨開五乘方別無簡法……雖以鄙見之淺薄，竟克與三君子吻合耶！取式之徑，李君用廉法表，善矣！然此數何以與廉法表相通之理，初學未能遽明也。」⁶⁶於是，他乃在丁取忠鼓勵下，「檢視去冬廢稿，雖傷煩冗，而因題取式，歷歷可指，頗有合於立廉法表之原。不揣樛昧，輒錄之以諗來者。」⁶⁷這就是《粟布演草》（1873）卷一中〈曾君栗誠借根代數術〉這一節的由來。

或許正是經由曾紀鴻這樣的方式介紹西方代數，所以，《代數術》一經出版，便立即成爲丁取忠的注意焦點，譬如在同治十三年（1874）仲春，丁取忠寫道：

近年與曾君栗誠交，講求天元借根之理，而尤孜孜於《代數術》一書，偶思對數之繁賾，唯代數可顯其理，因謂栗誠曰：子穎悟絕倫，心精力果，何弗用代數式詳解對數乎？栗誠曰：此夙志也。遂以數月之力，撰《對數詳解》五卷，始明代數之理，爲不知代數者，開其先路也，中言對數之理，末言對數之用……雖初學讀之，苟能循序漸進，無不可相說以解者。⁶⁸

按《對數詳解》「即《代數術》第十八卷（〈論對數與指數之式〉）之詳解，

63 李善蘭於1863年6月進入安慶大營擔任曾國藩幕客，直到1864年才離開。參考Wann-Sheng Horng, *Li Shanlan: The Impact of Western Mathematics in China during the Late 19th Century*, pp. 83-91.

64 拙文，〈西方代數學的第二度輸入及其影響：以偉烈亞力、李善蘭合譯《代數學》爲例〉。

65 曾紀鴻，〈粟布演草卷一後序〉。

66 同註65。

67 同註65。

68 丁取忠，〈對數詳解序〉。

演式甚為明悉。學者閱《代數術》之對數，宜從是書入手。」⁶⁹可見，曾紀鴻對《代數學》想必相當熟稔，乃能在《代數術》（1873）出版後的短短時間內，迅速作出可觀的反應。

當年秋天，曾紀鴻又寫成《圓率考真圖解》一卷，「據西士尤拉之法（見《代數術》二十五卷）而立新術，推得圓率百位，為從古所未有。」⁷⁰這或許是因為朱小梁用杜德美屢乘屢除之法「以求四十位圓率，止有二十五位不誤，其後十五位概行譌誤。」⁷¹於是，丁取忠「乃屬紀鴻等凝心構思，幸得創茲巧法，斂級甚速，按等推求，瞭如指掌，邇日深於算者，窮理之功多，演數之功少，反覺不切於日用。今左君壬叟、黃君玉屏竟用此術，推得各弧背真數至百位之多，庶幾息諸家之聚訟，而為古之困於圓率者置一左卷也。」⁷²後來，黃宗憲以監印官職銜隨郭嵩燾出使英法期間，在大英博物館「天學書中覓得圓率真數一百五十八位，即翻行篋昔日與曾、左兩君所推得百位者較之，一一吻合，何快如之，……不但能証舊刻無布算之譌，且從此確知圓率真數已成鐵案矣！謹錄一紙寄歸中華，想果師與栗兄見之當亦欣喜。」⁷³可見丁取忠師徒對這一項成就，是十分在意的。

綜合本節論述，我們可以發現在丁取忠這三大門人之中，左潛比較熱衷天元術的發揚光大。也就是說，左潛看來並沒有對西方代數做出積極的回應。儘管如此，左潛對於西方代數的學習，還是正面肯定：

借根方、天元一術異理同……且因習代數者必習借根，尤須先明此理（按即天元術），不可忽也。⁷⁴

此一態度，無疑呼應了丁取忠一再強調的「為習代數者導之先路。」

在另一方面，黃、左和曾三人的研究興趣，也反映了1870年代的中算焦點。請容許我們併入下一節再討論。

四、白芙堂算學叢書

69 丁福保，《算學書目提要》，轉引自丁福保、周雲青編，《四部總錄算法編》第二冊（北京：文物出版社，1984），頁72。

70 諸可寶，〈曾紀鴻〉，《疇人傳三編》，卷6。

71 曾紀鴻，〈圓率考真後序〉。

72 同註71。

73 黃宗憲，《容圓七術》卷上，轉引自許康、廖杰初，〈近代最早赴歐的數學家黃宗憲身世述略〉。

74 左潛，〈益古演段後記〉。

《白芙堂算學叢書》共收入廿三部數學書籍，其目次如下：

1. 《算書廿一種》（1872），吳嘉善著；
2. 《八線對數類編》（1874），張作楠原輯；
3. 《借根方勾股細草》（1872），李錫蕃著；
4. 《天元勾股細草》（1872），李銳著；
5. 《開方說》（1873），李銳著；
6. 《少廣緝鑿》（1876），夏鸞翔著；
7. 《務民義齋算學》（1874），徐有壬著；
8. 《百雞術衍》（1873），時曰醇著；
9. 《輿地經緯度里表》（1852,1860），丁取忠述；
10. 《求一術通解》（1874），黃宗憲述；
11. 《割圓八線綴術》（1873），徐有壬撰、吳嘉善述草、左潛補草；
12. 《數學拾遺》（1874），丁取忠述；
13. 《測圓海鏡》（1873），李冶著；
14. 《益古演段》（1873），李冶著；
15. 《圓率考真圖解》（1874），曾紀鴻述；
16. 《圓理括囊》（1874），日本人加悅傳一郎著；
17. 《粟布演草》（1874），丁取忠、左潛同述等等；
18. 《緝古算經細草》（1872），張敦仁演；
19. 《對數詳解》（1873），曾紀鴻撰；
20. 《綴術釋明》（1875），左潛釋；
21. 《綴術釋戴》（1875），左潛釋；
22. 《四元玉鑑》（1875），朱世傑著；
23. 《格術補》（1877），鄒伯奇著（由王闈運代刻）。⁷⁵

誠如許康指出，其中包括「前人著作」七種、「時人著作」七種、丁取忠及其弟子著作八種，以及外國人漢文著作一種。⁷⁶在「前人著作」中，除了張作楠的《八線對數類編》之外，其餘如《測圓海鏡》、《益古演段》和《四元玉鑑》都是乾嘉學派的文本，⁷⁷《緝古算經細草》以天元術提供細草，堪稱乾嘉

75 共分裝成線裝30冊，每部書名頁背面都署有「刊於長沙古荷池」或「刊刻於荷池精舍」等字樣。

76 許康，〈丁取忠與《白芙堂算學叢書》〉。

77 參考洪萬生，〈談天三友焦循、汪萊和李銳：清代經學與算學關係試論〉，收入洪萬生主編，《談天三友》（臺北：明文書局，1993），頁43-124。

學派發揚天元術的範例。至於《天元勾股細草》與《開方說》，則是乾嘉學派傑出算家李銳的代表作品。如果考慮《測圓海鏡》、《益古演段》二書納入李銳校算，同時《緝古算經細草》也經李銳校算，則丁取忠對李銳的興趣，絕對不僅僅是他自己聲稱的：「李四香先生遺書中，其《開方說》及《天元勾股細草》，尤切於日用，久欲為之續刻，以廣流傳。」⁷⁸其實，丁取忠更指出，在開方（解代數方程）時，鄒伯奇、夏鸞翔的方法：

〔固然〕皆能得數傾刻，豈非快事！然遇無盡方根，雖求十餘位而無難，若遇無奇零者。惟逼近真數終不能與原數相合，是以終當以尚之之法為正法也。⁷⁹

換言之，《開方說》同時滿足了理論上的需求，也應該是丁取忠「續刻」的原因之一。此外，由於興復古學不是丁取忠的最終關懷，他所賦與天元術（或四元術）的意義，也就完全不同於乾嘉學派了。⁸⁰

在「時人著作」方面，其作者除了夏鸞翔（1825-1864）之外，其餘如吳嘉善、徐有壬、時曰醇、鄒伯奇和李錫蕃等人，不是丁取忠的師友便是親戚，因此，這些著作的內容無疑是丁取忠和他們曾經共同討論或關懷的主題。譬如吳嘉善《算書廿一種》，就是作者與丁取忠「相往來，舉生平疑義，往返研究」的結果。⁸¹事實上，《算書廿一種》是原《算書十七種》（1863）再「外增差分、盈朒、弧三角並……方程天元合釋，共為廿一種。」⁸²至於吳嘉善算書中如《綴術補》等「其理較深，未易猝得要領，不敢鹵莽付梓。」⁸³此外，為了讓這些算書「有裨於淺學」，丁取忠特別針對初學「難通」之術補上算草，同時，在《算書十七種》印後，也曾「博求四方通算士，互相考正，海寧李壬叔先生善蘭校正居多，南海鄒特夫先生伯奇亦間有參定。」⁸⁴這種為求數學普及，博求校正參定的為學態度，在丁取忠的《粟布演算》中也表現得淋漓盡至，我們留待下一節再討論。

就「以為升高行遠之助」而言，《算書廿一種》值得我們多加注意。這

78 丁取忠，〈李氏遺書敘〉，收入李銳，《天元勾股細草》。

79 丁取忠，〈開方說序〉。

80 對丁取忠而言，天元術是為學習代數而預備的。參考本文第五節。至於天元術對乾嘉學派的意義，請參考註77。

81 丁取忠，〈算書廿一種序〉。

82 〈算書廿一種凡例〉。

83 同註82。

84 同註82。

一套書首列《筆算》，其次是以「九章翼」為主標題的七種算書，依序是《分法》、《今有術》、《開方》、《推演方田術》、《平圓》、《推演商功術》及《勾股》。緊接著，是《平三角邊角互求術》、《弧三角術》及《測量高遠術》等測量三術，可以看成《勾股》的延拓。然後，再接回來「九章翼」的範疇：《衰分》、《盈不足》和《方程》。有了「方程術」的預備知識之後，吳嘉善才引出天元、四元術方面的著作：《天元一術釋例》、《天元名式釋例》、《天元一草》、《天元問答》、《方程天元合釋》、《四元草》以及《四元名式釋例》。因此，《算書廿一種》的構想，無非是希望讀者能通過「九章翼」各書的循序漸進，以及天元四元釋例等書，最終掌握天元、四元術。至於吳嘉善的撰述，則不僅「芟闢榛蕪，引人入勝，所以嘉惠初學者，法備而意良，惓惓乎不啻金鍼之盡度焉」，同時也反映了他「精學數理，博通中西」的特色。⁸⁵

譬如說吧，在《天元名式釋例》中，我們可以輕易讀出吳嘉善結合天元術和西方代數的努力：

數學之有天元一術，此執簡御繁之道也，然而簡益求簡，則列式以數不如列式以名。何謂數？一、二、三、四、五、六、七、八、九是也。何謂名？甲、乙、丙、丁等字是也。夫數所獨也，而名所同也，列以數者，一式只得一式之用，易一式則不能通矣。列以名者，一式而千萬式資焉，故入算尤便也。⁸⁶

在舉例說明天元名式的加、減、乘、除與開方運算之後，吳嘉善又進一步指出：一旦天元術結合了名式，「其中各種運用，不徒甲、乙、丙、丁盡為虛名，即所立加、減、乘、除諸法亦皆假象。但使粗能九九，無不可依法推求，至於布式既熟，不唯算法能詳，兼於算理可悟，乃知至妙至精之用，寓於至平至易之中，數學中開此廣大法門，行見人人得而操觚矣！」⁸⁷

此外，在《四元名式釋例》中說明四元「位次」時，吳嘉善也運用了西方代數的符號表式：

表中各元字側加小點者，謂之指數，二點者，指平方也，三點者，指立方也。本代數式用於式中良便，故採用之。⁸⁸

85 諸可賈，〈吳嘉善〉，收入《醫人傳三編》，卷6。

86 《天元名式釋例》，頁1。

87 同註86，頁5。

88 《四元名式釋例》，頁1。

足見他對李善蘭所引進的《代數學》是十分熟悉的。⁸⁹也正是如此，他乃能指出「列相當式」，不僅是「方程天元所恃以立術者」，⁹⁰同時，「四元與借根方以及近日新譯之代數，統是此法。」⁹¹於是，在會通方程天元與借根方、代數的脈絡中，吳嘉善「就淺近者論之，欲使人人通曉，條分縷析，未免貽笑於大方，觸類引伸，或有裨於淺學云爾。」⁹²由此可知，吳嘉善普及數學的策略，最終是有利於晚清算學的西化或現代化了。⁹³

丁取忠刊刻表弟李錫蕃《借根方勾股細草》，在同時刊刻的李銳《天元勾股細草》一書之映照下，是一個十分鮮明的對比。如果說《天元勾股細草》所以刊刻是由於它「切於日用」，那麼，《借根方勾股細草》的例題類似，則又何嘗不是呢？同時，兩書所處理的勾股和較相求問題，無論以天元術或借根方法求解，本質上並無差異。因此，丁取忠刊刻《借根方勾股細草》，除了紀念表弟英年早逝之外，藉此推廣借根方法的企圖是相當明顯的，我們也可徵之於吳嘉善為此書所寫的序文：

余讀之，知其於借根方，已能毫無滯礙。夫西法之借根方，即中法之天元一也。以之取算，可謂得一而萬事畢矣。李君能此，豈不卓然一算家哉！⁹⁴

在《白芙堂算學叢書》中，兩書並列作為一種對比的，還有李銳的《開方說》與夏鸞翔的《少廣繩繫》。後書應該是經由吳嘉善或鄒伯奇的推荐，而納入《白芙堂算學叢書》。⁹⁵根據鄒伯奇，《少廣繩繫》一書「專立捷術，以開各類乘方，通為一術，可逕求方根數十位，不論益積、翻積，俱視為坦途矣！」⁹⁶同時，鄒伯奇也藉此批評李銳在開方術上的「墨守古法」：

算學自戴東原表章古書，同其志者為錢辛楣，而學識俱不逮，逐其塵者，則李尚之、焦里堂輩，皆墨守古法而不通融，每算一數，用紙數十篇，需時數百刻，廢人廢

89 吳嘉善與李善蘭是很熟的朋友。當李善蘭在上海墨海書館翻譯《代數學》等書時，吳嘉善常趨訪之。參考拙文，〈墨海書館時期（1852-1860）的李善蘭〉，收入《中國科技史論文集》（臺北：聯經，1995），頁223-236。

90 《方程天元合釋》，頁2。

91 同註90，頁1-2。

92 同註91。

93 在西學東漸的大環境中，以中西會通的方式「就淺近者論之」，總是有利於西算的學習。丁取忠所採取的策略其實也是如此。

94 吳嘉善，〈借根勾股細草序〉。

95 鄒伯奇，〈少廣繩繫序〉。

96 同註95。

日所得，仍復粗疏而不足施之於用，在彼則以用盡精神、不肯割愛，付之梨棗，有讀之，只令多一重障礙而已，何如紫筮書而明白已曉乎？⁹⁷

顯然由於此一評論，於是，丁取忠在將李銳《開方說》納入《白芙堂算學叢書》時，即強調解代數方程，「終當以尚之之法為正法也。」⁹⁸

儘管如此，丁取忠想必贊成鄒伯奇對乾嘉學派「墨守古法」的批判，⁹⁹因為類似的評論也見諸於羅汝懷的〈重刻徐莊愨公算書序〉：

算術以測圓為甚難，錢氏（按即錢塘）本宋人沈存中說，扞為進位開方法，得周為三一六有奇，一時信之，公（按即徐有壬）以內容外切，反覆課之，其說遂破。¹⁰⁰

在徐有壬(1800-1860)殉死蘇州城後，丁取忠和吳嘉善以曾親炙和受學之故，決定重刊《務民義齋算學》原五種並增列兩種，總共刊刻了七種，依序是《測圓密率》、《橢圓正術》、《弧三角拾遺》、《表算日食三差》、《朔食九服里差》、《造表簡法》及《截球解義》。所有這些著作都充分反映了徐有壬的西法派風格，同時，也可以再次說明興復古學絕非丁取忠刊刻算書的初衷。同樣的考慮應該也適用於《割圓八線綴術》，此書是徐有壬「所定之例」然後交吳嘉善「成之者」。丁取忠決定刊刻時，又請左潛在吳嘉善「述草」的基礎上「補草」，「有難解綴小註以便初學」。¹⁰¹

至於鄒伯奇的《格術補》，丁取忠「欲重刊於其算學叢書之中」，因請殷家儁校正。可惜，「未幾，而丁君物化，闔運本其遺意，出資畢工。」¹⁰²平心而論，此書應該算是光學著作，只不過鄒伯奇得《夢溪筆談》之說，「觀日月之光影，推求數理窮極微眇，而知西洋製鏡之法，皆出於此，乃為書一卷，以補古算家之術。」¹⁰³這或許是丁取忠有意刊刻此書的原因吧！

在「時人著作」七種之中，還包括了時曰醇的《百難術衍》。此書可以說是丁取忠學算師友輩著作中，最受他啟發的一部：

取忠舊有《數學拾遺》之刻，略及此術（按即百難術），嘉定時君清甫見之，謂與二色方程暗合，因為廣衍得若干題，於是此術乃燦然大著矣！如探源其星宿，《拾

97 同註95。

98 丁取忠，〈開方說序〉。

99 參考本文第五節。

100 此序亦簡述徐有壬生平事蹟，為諸可寶採納入《疇人傳三編》，卷5〈徐有壬〉。

101 左潛時有以「潛案」（且用較小字體）形式加註說明。

102 王闈運，〈格術補書後〉。

103 陳澧，〈格術補原序〉。

遺》其濫觴，此則挾百川而循故道；如初闢蠶叢，《拾遺》不方軌，此則駕驛驢而呈康莊。¹⁰⁴

時曰醇自序《百雞術衍》也指出：

孫子求一術，至宋秦道古發之，獨是題襲謬傳訛，莫有借方程以問途者。曰醇蓄疑既久，今年春與果臣連榻鄂城，復一商榷，別後數月，乃得通之，怡然渙然，了無滯礙，亦窮愁中一快事也。因衍方程術為《數學拾遺》補求負數法及加減率求答數法……引申鈞索，溫故知新，庶足以暢厥旨乎？易翁、母、雞為大、中、小設數，不必以百而統以百雞命之，識斯術所自昉！¹⁰⁵

同時，黃宗憲受命校對此書時又得到進一步的啟發，而有後來的《求一術通解》之作，詳見本文第三節。

丁取忠自己的數學著作，除了上述的《數學拾遺》之外，還包括《粟布演草》。這是一部專門研究借貸計算的著述，「作者成功地把廉法表、天元術、堆垛術、今有術等中國古代傳統數學的優秀方法，應用於借貸中原本、利率、收回數的計算」，¹⁰⁶然而，此書論證時兼容並取天元術、借根方法和代數，毋寧更值得注意，我們留待下一節進一步申論。至於丁取忠所撰的《輿地經緯度里表》，則或可視為地理學著作，由經緯度計算各地與京師距離及所處方位，參考魏源《海國圖志》，「然後官司之分治、蠻夷之世守，莫不燦然星列，一顧度分，而知其距中線東西為若干里，距橫線南北為若干里也。」¹⁰⁷

至於日本人加悅傳一郎所著《圓理括囊》，是討論圓、球及其相關性質的一部著作，我們不知丁取忠何以收入此書。¹⁰⁸

綜合上述，《白芙堂算學叢書》所涉算學方法共有天元術、借根方、代數、開方術、百雞術、求一術、綴術（冪級數、對數）及格術等等，¹⁰⁹其中以運用天元術解題的著作最多，占了將近三分之一，可以想見天元術在十九世

104 丁取忠，〈百雞術衍敘〉。

105 時曰醇，〈百雞術衍自序〉。

106 吳裕賓，〈我國第一部借貸計算論著——《粟布演草》〉，《中國科技史料》，13:4（1992），頁14-23。

107 丁取忠，《輿地經緯度里表》，頁1-2。

108 該書僅有長崎村上國輝序。

109 按左潛〈割圓八線綴術序〉稱：「綴術之生，因於明氏（安圖），而又足以盡明氏之變。」可知「綴術」是指展開冪級數的一種方法，由明安圖發明運用。參考李兆華，《中國數學史》（臺北：文津出版社，1995），頁265-269。

紀上半葉中國數學史上的風光局面。¹¹⁰或許正是如此，它才可能成為地僻湖南的丁取忠的注意焦點。不過，丁取忠彙刻關於天元術的經典作品如《測圓海鏡》、《益古演段》及《四元玉鑑》，大概志不在發揚天元術，我們只要看看他在此一叢書中並收《借根方勾股細草》與《天元勾股細草》、《開方說》與《少廣繩繫》，就可以知道他對借根方也同樣關注。如果我們再考慮曾紀鴻用代數推求一術問題（見《求一術通解》）、用代數顯明對數之理（見《對數詳解》），以及再注意到《粟布演草》（見本文第五節）並列天元、借根方和代數三法，那麼他的目標指向代數的學習，絕對是不言而喻了。

就《白芙堂算學叢書》作者的生平年代而言，屬於十九世紀清代疇人的，共有李銳、李錫蕃、吳嘉善、夏鸞翔、徐有壬、時曰醇、黃宗憲、曾紀鴻、左潛、鄒伯奇和丁取忠本人。既使如此，這些數學家的著作仍有遺珠之憾，譬如夏鸞翔的《洞方術圖解》、《致曲術》和《萬象一原》就沒有被收入。至於本世紀初到七十年代的主要數學家如焦循、汪萊、董祐誠、項名達、陳杰、羅士琳、顧觀光、戴煦、李善蘭和華蘅芳等人的著作，則尤其付諸闕如。究其原因，應該跟丁取忠學圈的主要關懷——為「習代數者導之先路」——有關，後文將再申論之。

再就數學研究成績而言，要衡量丁取忠學圈的水平之前，我們必須先了解十九世紀中國數學在那些方面有比較可觀的成長。根據中國數學史家的研究，十九世紀中國數學在方程論（汪萊、李銳）、冪級數（董祐誠、項名達、戴煦、徐有壬、鄒伯奇、顧觀光）、尖錐術和垛積術（李善蘭）、圓錐曲線（夏鸞翔）、整數論（含素數判別、不定解析、整數勾股形）（李善蘭、華蘅芳、丁取忠、時曰醇、黃宗憲、劉彝程）和積較術（華蘅芳、周達）等方面，都有一些自主的發展。¹¹¹由此看來，《白芙堂算學叢書》作者的表現，大致集中在冪級數和整數論中的不定解析問題，也因此我們可以証實：丁取忠與他的三大門人的研究興趣，的確反映了1870年代的中算焦點（參考本文第三節）。

儘管如此，《白芙堂算學叢書》在晚清的流傳，或許都得自它那普及數學、學習西算的關懷。根據史家調查，此一套叢書在同治十三年（1874）長

110 天元術是乾嘉學派興復古學的利器，但在五十年代之後，它逐漸轉變為會通中西算學的工具。參考註77。

111 參考李迪等編，《中國數學簡史》（濟南：山東教育出版社，1986），頁420-526。

沙古荷池精舍刊本問世之後，又陸續出現四種刊本，依其時間先後分別是：光緒十四年（1888）龍文書局石印本；光緒二十二年（1896）味經刊書處刊本（又石印本）；光緒二十三年（1897）上海文瀾書局石印本；光緒二十四年（1898）戊戌上海鴻文堂書局石印本。¹¹²此外，吳嘉善算書部份也從同治元年（1862）開始，以不同版本（增補）問世。¹¹³至於出版的主要目的，或許劉光蕡的觀點具有代表性。在光緒廿一年（1895）重刊《白芙堂算書》廿一種後序中，劉光蕡強調：

是書雖參新法，實闡古義，故筆算列位自上而下，便中土士人之習，而終以天元四元，不及借根代數者，借根代數由天元四元而出也。近日算學昌明，諸家著述，多即一術推闡，無美不臻，求其融會古今，集算學之大成者，御製《數理精蘊》而外，惟梅文穆增刪《算法統宗》，及屈曾發《九數通考》為該備，而《統宗》無天元，《通考》有借根無代數，蓋中法自明而晦，文穆始以借根釋天元，而代數未入中國，則四元之學猶未著也。得是書而中法燦然矣！凡近人新出之書，均可迎刃而解，西術亦可由是窺其奧，所謂鎔西人之巧入大統之型模，學者毋淺視之也。¹¹⁴

劉光蕡時任陝西味經書院講席，並兼刊書處校勘，曾呼籲「西學之精，非算術不能窺其堂奧，故宜急刻算術各書。」¹¹⁵不過，在刊刻時，劉光蕡通常會補上該院時務齋學生的注解，譬如，重刊《九數通考》時，即令車正軌、王章「補輯借根術，而注其與天元代數異者於下，學者由此以求代數，迎刃而解矣！」¹¹⁶

希望「學者由此以求代數」，當然也是劉光蕡重刻吳嘉善算書的主要考慮。然則丁取忠在著述《粟布演草》乃至編輯《白芙堂算學叢書》時，早已發為先聲了，這將是本文下一節的論述主題。

五、從天元、借根到代數

112 丁福保、周雲育編，《四部總錄算法編》第一冊，〈補遺〉，頁20。

113 同註112，頁19。

114 同註113。

115 劉光蕡，《烟霞草堂文集》，卷7，頁26-31。轉引自朱有瓚主編，《中國近代學制史料》第一輯下冊（上海：華東師範大學出版社，1986），頁377。

116 轉引自李儼，〈清季陝西數學教育史料〉，收入李儼，《中算史論叢》第四集（北京：科學出版社，1955年），頁321-330。

前文已一再說明丁取忠師徒在彙刻《白芙堂算學叢書》時的兼容並包天元、借根與代數，但在一部著作內爲了讓學者易於領悟，而「比類參觀」這三種算法的，則非《粟布演草》莫屬。在編輯本書時，丁取忠、左潛考慮到「商賈之習算者」的數學知識背景，因此就「發商生息爲題，或一例而演數題，或一題而更數式，或用真數或用代數，其字或橫列、或直下，雜然並陳，無非欲學者比類參觀，易於領悟也。」¹¹⁷於是，在《粟布演草》卷一中，針對「發商生息」問題：

假如有錢發商生息，只知原本若干，每次收回若干，歷收若干次，而本例俱清，求每一次一文之利，其法若何？¹¹⁸

丁取忠除了納入李善蘭的廉法表、吳嘉善的指數表和開方式表外，也收錄了後者的「天元代數術」。所謂「天元代數術」，顯然是吳嘉善結合天元術和代數的一種方法，而其中使用的代數符號，自是《代數學》所引入無疑。¹¹⁹

吳嘉善的「天元代數術」是爲了解下列問題而提出：

如有原本一千文發商生息，每月收回二百文，歷六個月而本利俱清，問每月一文之利若干？¹²⁰

他的解答照傳統算書體例列出，亦即先是「答曰」，其次「術曰」，最後再輔以「草曰」。在他的「草曰」中：

命原本一千文爲甲，命每月收回二百文爲乙。乃立天元一爲一文，每月之利（即爲利率）得 $\frac{本}{1}$ ，以 $\frac{1}{本}$ 爲本率（即一文），相加得 $\frac{1}{本}$ 爲本利率和。¹²¹

接著，他以上述「本率」爲「一率」、「本利率和」爲「二率」、原本或第一月本 $\frac{甲}{本}$ 爲「三率」，並利用「今有術入之」，求得「四率」 $\frac{甲}{本}$ 爲第一月末本利和。然後，他再從這「本利和」減去「收回數乙」，得 $\frac{甲}{本}$ 爲第二月本。仿此，他連續利用五次「今有術」，最後得：

<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">甲六</div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">六十五</div>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"> 00</div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"> 000</div>
---	--

117 丁取忠，〈粟布演草補敘〉。

118 《粟布演草》，卷1，頁1。

119 參考偉烈亞力、李善蘭譯（A. De Morgan原著），《代數學》（1859）上海活字版本。

120 《粟布演草》，卷1，頁24。

121 同註120，頁24-26。

$\begin{array}{ c } \hline \text{十} \\ \hline \text{五} \\ \hline \text{甲} \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{ c } \hline \text{三} \\ \hline \text{十} \\ \hline \text{乙} \\ \hline \end{array}$	$ =000$
	爲開方式，以真數列之，得		$ \equiv 000$ ，開五乘方，
$\begin{array}{ c } \hline \text{二} \\ \hline \text{十} \\ \hline \text{甲} \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{ c } \hline \text{十} \\ \hline \text{五} \\ \hline \text{乙} \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline \text{十} \\ \hline \text{五} \\ \hline \text{甲} \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{ c } \hline \text{六} \\ \hline \text{六} \\ \hline \text{乙} \\ \hline \end{array}$	$ \equiv \equiv 00$
$\begin{array}{ c } \hline \text{六} \\ \hline \text{甲} \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{ c } \hline \text{乙} \\ \hline \end{array}$	$8 \equiv 00$
$\begin{array}{ c } \hline \text{甲} \\ \hline \end{array}$			$ 000$

得〇・〇五四一七一七有奇，爲每月一文之利也。¹²²

針對同一問題，曾紀鴻則利用所謂「借根代數術」求解，他的「草曰」可以清楚地說明那是一種結合借根方和代數的方法：

命原本一千爲甲，收回二百文爲乙，利率爲天。以利率天乘原本甲得

$$\text{甲天} = \text{一月利，}$$

加原本甲得

$$\text{甲} + \text{甲天} = \text{一月本利和，}$$

減收回數乙，得

$$\text{甲} - \text{乙} + \text{甲天} = \text{二月本，}$$

以利率天乘之，得

$$\text{甲天} - \text{乙天} + \text{甲天}^2 = \text{二月利，}$$

……得

$$\text{甲} - \text{五乙} + \text{六甲天} - \text{十五乙天} + \text{十五甲天}^2 - \text{二十乙天}^2 + \text{二十甲天}^3 - \text{十五乙天}^3 + \text{十五甲天}^4 - \text{十六乙天}^4 + \text{十六甲天}^5 - \text{乙天}^5 - \text{甲天}^6$$

爲六月本利和，減收回乙得

$$\text{甲} - \text{六乙} + \text{六甲天} - \text{十五乙天} + \text{十五甲天}^2 - \text{二十乙天}^2 - \text{二十甲天}^3 + \text{十五乙天}^3$$

122 同註121。

$$\text{十十五甲天}^{\text{四}} \text{十十六乙天}^{\text{四}} \text{十十六甲天}^{\text{五}} \text{十乙天}^{\text{五}} \text{十甲天}^{\text{六}} = \text{〇}^{123}$$

最後，曾紀鴻將此方程式列為傳統中算的開方式解之，得到與吳嘉善相關的結果。

在左潛這一方面，儘管「所學自大衍天元以及借根比例諸新法，無不通貫」，¹²⁴但他應丁取忠之要求在上述曾紀鴻「借根代數術」之後，「再用借根法以真數求之」同一發商生息問題，也足以顯示該法已經不是純粹的借根方，而同時結合了代數學的符號了。譬如其「草曰」即如下：

命所求每月之利率為天，以乘原本得一〇〇〇天為一月利，加入原本得一〇〇〇十
一〇〇〇天為一月本利和¹²⁵

至於丁取忠和黃宗憲在1875年增列〈粟布演草補〉，則是他們發現《粟布演草》讓初學者「猶謂茫無入門處」，這是因為「商賈所習算書，大都詳於文而略於式，況代數尤算書所無，宜其率然覽之，無從入手也。」¹²⁶於是，他們「更擬一題附之於後，特做《數理精蘊》借根方體例，專詳於文，庶初學讀之，可因文而知其義，苟算理既明，則全書各式亦無不可渙然冰釋，或兼可為習代數者導之先路乎！」¹²⁷可見，引進借根方體例，最終的目標是對代數學學習有所助益。

另一方面，黃宗憲在《求一術通解》後附錄代數解法，也值得我們注意。由於曾紀鴻亦「嘗謂大衍求一術，亦可以代數推求，依題演之，理正相通。」¹²⁸於是，黃宗憲乃在該書卷下最後附上〈曾君栗誠以代數推求一題〉，用以說明其「理亦與本術相通」。

總之，將天元、借根、代數並列排比，的確可以讓關懷中西算學或其會通的讀者各取所需，甚至達到劉光蕢所期待的境界——「鎔西人之巧入大統之型模」。然而，丁取忠在與曾紀鴻共同研讀《代數術》之後，「偶思對數之繁蹟，唯代數可顯其理」，遂鼓勵曾紀鴻撰《對數詳解》，「為不知代數者，開其先路也。」這樣的期許，與他在1875年自認《粟布演草》「或兼可為習代數者導之先路」，是同調合拍的。由此看來，丁取忠學圈從天元借根

123 同註120，頁26-29。

124 諸可寶，〈左潛〉。

125 《粟布演草》，卷1，頁29。

126 丁取忠，〈粟布演草補敘〉。

127 同註126。

128 諸可寶，〈曾紀鴻〉。

到代數一路走來，是頗為心安理得了。

六、結 論

丁取忠「少喜步算，苦無師承，又地僻不能得書」，直到向徐有壬請益，與吳嘉善訂交，並且函詢李善蘭和鄒伯奇交換研究心得之後，才與晚清數學社群的中心建立交流網絡。不過，顯然是等到黃宗憲、左潛和曾紀鴻三大弟子投入門下之後，丁取忠在晚清算學的現代化過程中所扮演的角色，才表現了比較特別的歷史意義。

論及晚清傳統中算走向現代數學的過渡，李善蘭和華蘅芳絕對是貢獻最著的兩位數學家，而他們的憑藉，則是制度化的基礎。十九世紀七十年代，李善蘭擔任天算教習的北京同文館，可以說是晚清算學及其教育邁向制度化的一個起點；在這同時，華蘅芳則在江南製造局翻譯往後一、二十年極有影響力的《代數術》和《微積溯源》。¹²⁹相對於李、華兩人在晚清自強運動中的「聞達」，丁取忠的「撰著自娛，聚徒講求算學，刊刻算書」，倒成為當時矚目的另一種典型了。

或許正是如此，丁取忠對西方代數的論述，遂有了更大的揮灑空間。對李善蘭而言，同文館的「合中西為一法」的教學，固然可以為自強運動的倡導西學策略留下了迂迴的防衛空間，¹³⁰不過，他卻從未公開推崇代數、微積分為絕無僅有的算學上乘工夫。¹³¹相對地，華蘅芳在《代數術》（1874）譯序中猶稱「代數天元之異同優劣，讀此書者自能知之，無待余言也」，到了八十年代，則已公開指出「代數勝於天元」了。¹³²在這一個說法中，華蘅芳承認天元代數會通的最終目的，無非就是學習代數。¹³³研讀過《代數術》的丁取忠當然也是如此，他在七十年代重視天元借根和代數的會通，主要關懷即在於這「或兼可為習代數者導之先路」。因此，如果我們說十九世紀八十年代的華

129 參考李儼，〈清代數學教育制度〉，收入李儼，《中算史論叢》第四集，頁281-320。

130 參考註77拙文。

131 李善蘭曾私下對華蘅芳說：「此（按即代數微積）為算學中上乘工夫，此書一出，非特中法幾可盡廢，即西法之古者，亦無所用矣！」引華蘅芳，《學算筆談》（1882），卷5，頁3。

132 同註131，頁19。

133 參考Wann-Sheng Horng, "Hua Hengfang (1833-1902) and His Notebook on Learning Mathematics -- Xue Suan Bi Tan."

蘅芳邁向西算義無反顧，那麼，發為先聲的應該就是七十年代的丁取忠了。

不過，這個時間因素對丁取忠而言並非巧合。我們不要忘了黃、左、曾三大弟子都是在七十年代初投入他的門下，最重要的，尤其是曾紀鴻所帶來的代數學知識。當丁取忠一心普及數學時，西方代數的適時到來，恰好為他的學圈多提供了一項「比類參觀」的方法。同時，好像也由於他的「在野」地位，他從未對「中西會通」的相關意識型態問題煩心。我們所看到的丁取忠，應該一如他自己所描繪的「每持籌凝思，寢食俱廢，垂四十年。」

至於《白芙堂算學叢書》的匯刻，似乎無關他的「在野」身分。誠然，「出版所用資金，包括胡林翼早年贈予丁氏『買書之資』，及左宗棠捐銀300兩，彭嘉玉捐銀100兩等，餘則由丁氏罄盡薄產，竟至『不名一錢』。」¹³⁴從一開始，丁取忠大概就未曾考慮刊刻自己的著作全集，一方面固是他的謙遜為懷，二方面則是他述而不作居多，彙集成套未免單薄。不過，匯刻《白芙堂算學叢書》的真正動機，則是為地僻的讀者提供算書，同時又擔心他們「苦無師承」，所以彙編各書時，都盡可能在初學「難通」之處補上算草，以為「升高行遠之助」。另一方面，丁取忠對自己學圈的算學研究成果並不像李善蘭那樣自我推崇，因此，彙刻意在普及數學、學習西算，應該是毫無疑問了。

正如同李善蘭、華蘅芳一樣，丁取忠也在晚清中國數學現代化或西化的過程中，扮演了十分積極的角色。相對於李、華的在朝地位，在野的丁取忠結合了數學普及與西算學習，為古荷池精舍的算學新芽，留下了可貴的歷史見證。

¹³⁴ 許康，〈丁取忠和《白芙堂算學叢書》〉。

**The Sprouts of Western Mathematics in China:
Ding Quzhong and His Circle**

Wann-Sheng Horng (洪萬生)
Department of Mathematics
National Taiwan Normal University

ABSTRACT

In the second half of the 19th century, the seeds of Western

mathematics were gradually sowed in China by means of professionalization and institutionalization. The notable mathematicians Li Shanlan (1811-1882) and Hua Hengfang (1833-1902) had the advantage of being able to transmit and popularize Western mathematics on an already established base. In contrast, Ding Quzhong (1810-1877) and his circle could only be active in the private sector at that time. Nevertheless, his adaptation of Western algebra was so striking that, without a doubt, one cannot afford to ignore it when trying to understand the development of mathematics in late 19th century China.